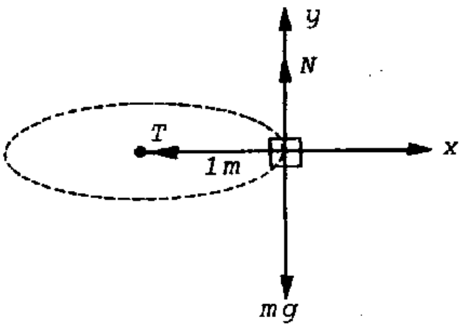
ตัวอย่างการคำนวณการเคลื่อนที่เป็นวงกลมแนวราบ(ต่อ)

ตัวอย่างที่ 8 เชือกเบาเส้นหนึ่งยาว 1 เมตร รับน้ำหนักได้เต็มที่ 100 นิวตันถ้าน้ำหนักเกินกว่านี้แม้เพียงเล็กน้อยเชือกจะขาดทันทีนำมวล 4 กก.มาผูกปลายเชือกข้างหนึ่งของเชือกเส้นนี้ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งของเชือกตรึงไว้กับจุดพื้นราบที่ปราศจากความเสียดทาน ถ้าให้มวลนี้เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนพื้นราบจุดตรึงเร็วขึ้นทุกทีจงหาวว่ามวลนี้เคลื่อนที่ด้ายอัตราเร็วสูงสุดเท่าไร่โดยเชือกไม่ขาดและหลังจากเชือกขาดได้ $\frac{1}{2}$ วินาที มวลจะอยู่ห่างจากจุดที่ตรึงปลายเชือกเท่าไร่

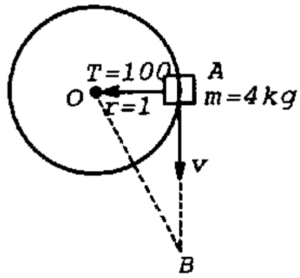
วิธีทำ เชือกรับน้ำหนักได้ 100 นิวตัน มีความหมายได้ 2 กรณีด้วยกันคือ

1. เป็นอัตราเร็วน้อยที่สุด ที่ทำให้เชือกขาด
2. เป็นอัตราเร็วที่มากที่สุด ที่ทำให้เชือกไม่ขาด

หาอัตราเร็วสูงสุดที่ทำให้เชือกขาด ตามขั้นตอนในหัวข้อ 2.8



รูปมองด้านข้าง



รูปมองด้านบน

จากซ้ายมือ $\sum F_C = \frac{mv^2}{r}$ จะได้ $T = \frac{mv^2}{r}$

แทนค่า $100 = \frac{4v^2}{1}$

$v^2 = 25$; $v = 25$ m/s

$\therefore$ อัตราเร็วสูงสุดที่ทำให้เชือกไม่ขาด = 5 m /s ตอบ

ให้เชือกขาดได้ $\frac{1}{2}s$ วัตถุที่อยู่ B

$$\therefore \quad AB = v \times t = 5\times\frac{1}{2} = 2.5m$$

$$OB = \sqrt{AO^2 + AB^2} = \sqrt{1^2 + 2.5^2}$$

$$= \sqrt{1+6.25} = \sqrt{7.25} = 2.7\text{m}$$

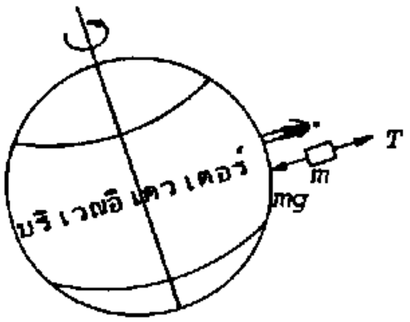
$\therefore$ เชือกขาดได้ $\frac{1}{2}S$ วัตถุอยู่ห่างจากจุดตรึง = 2.7 เมตร ตอบ

ตัวอย่างที่ 9 ถ้าต้องการให้วัตถุที่วางไว้ที่อิเควเตอร์เหมือนไม่มีน้ำหนัก โลกจะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมเท่าใดแและโดยกการหหมมมุนชนิดนี้วันหนึ่งๆจะปรากฏว่ามีกี่ชั่วโมง

กำหนดให้รัศมีโลก 6400 กิโลเมตร

วิธีทำ น้ำหนักของวัตถุที่อ่านได้บนพื้นโลกก็คือว่า Tension หรือ Reaction ระหว่างวัตถุกับตาชั่ง ดังนั้นวัตถุไม่มีน้ำหนัก แสดงว่า T = 0

สังเกตรูปกการหมุน



เมื่อโลกหมุนวัตถุจะหมุนไปกับโลกด้วย

$$\sum F_C = m\omega^2 r$$

$$mg - T = m\omega^2 r$$

วัตถุไม่มีน้ำหนัก แสดงว่า T = 0

$$\therefore mg = m\omega^2 r$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{10}{6400x10^3}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{64}x10^{-4}} = \frac{1}{8}x10^{-2} = 1.25x10^{-3} \quad \text{rad /s}$$

$\therefore$ โลกต้องหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุม = 1.25 x10^{-3} rad /s

วันหนึ่งโลกหมุนรอบตัวเองได้ 1 รอบเป็น = 2π rad

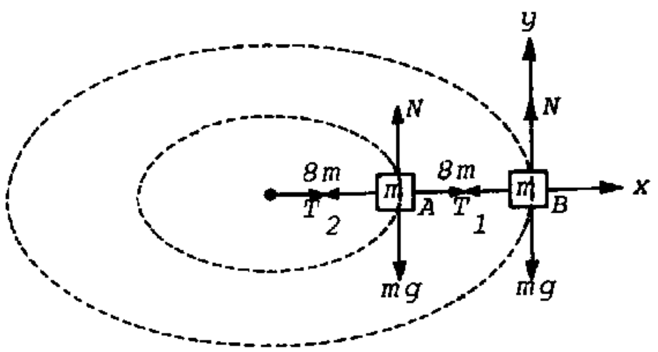
$\because$ โลกหมุนได้ 1.25 x 10^{-3} rad ในเวลา = 1 วินาที

″ 2π ″ $= \dfrac{2\pi}{1.25x10^{-3}}$

$$= \frac{2x3.14x10^3}{1.25x3600} = 1.39 \quad \text{ชม.}$$

$\therefore$ วันหนึ่งจะมี = 1.39 ชั่วโมง ตอบ

ตัวอย่างที่ 10 อนุภาค2ชิ้นมีมวลเท่ากันผูกติดอยู่กับเชือก ดังรูปโดยอยู่ห่างเป็นระยะ 8 เมตรถูกแกว่งเป็นวงกลมพื้นระดับด้วยอัตราเร็งเชิงมุม ω คงที่ จงหาอัตราส่วนของความตึงในเส้นเชือกระหว่างเส้นเชือกนอกแ



วิธีทำ เนื่องจากมวล A และ B ผูกเชือกเส้นเดียวกัน ดังนั้นจึงมี ω เท่ากัน

พิจารณาแรงที่มวล B $\sum F_X = m\omega^2 r$; $T_1 = m\omega^2 r$

$T_1 = m\omega^2(16)$ ....(1)

พิจารณาแรงที่มวล A $\sum F_X = m\omega^2 r$

$T_2 - T_1 = m\omega^2(8)$ ....(2)

(1) + (2) จะได้ $T_2 = 24m\omega^2$ ....(3)

(1) / (3) จะได้ $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{16m\omega^2}{24m\omega^2} = \dfrac{2}{3}$

$\therefore$ อัตราส่วนของความตึงเชือกเส้นนอกต่อเส้นใน = 2 : 3 ตอบ

ตัวอย่างที่ 11 รถยนต์คันหนึ่งเคลื่อนที่ไปบนถนนระดับราบวงกลมรัศมี 100 m วิ่งได้เร็วที่สุด 20 m /s จงหา ส. ป. ส. ของความเสียดทานระหว่างพื้นถนนกับล้อรถยนต์

วิธีทำ อัตราเร็วสูงสุดตอนเลี้ยวโค้ง $v = \sqrt{\mu r g}$

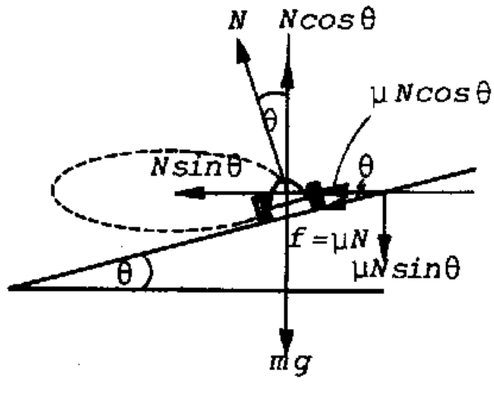
จากโจทย์ $r = 100, V = 20, \mu = ?$

แทนค่า $20 = \sqrt{\mu x 100 x 10}$; $400 = 1000\mu$

$\mu = 0.4$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 12 ถนนโค้งวงกลมรัศมี 40 m พอดีทำให้รถยนต์วิ่งได้เร็วที่สุด 20 m /sปลอดภัยบนพื้นถนนทำด้วยปูนซีเมนต์ที่มี ส.ป.ส. ของความเสียดทานเป็น 0.8 ถนนนี้ต้องเอียงเป็นมุมเท่าไร่กับแนวระดับ

วิธีทำ เขียนรูปแสดงการเคลื่อนที่ของรถ



จากรูป $\sum F_Y = 0$

$N\cos\theta = mg + \mu N\sin\theta$

$N(c\cos\theta - \mu\sin\theta) = mg$ .....(1)

$$\Sigma F_X = \frac{mv^2}{r}; N\sin\theta + \mu\cos\theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$N\,(\text{sim}\theta + \mu\cos) = \frac{mv^2}{r} \qquad .....(2)$$

(2) / (1) $$\frac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - .\mu\sin\theta} = \frac{v^2}{rg}$$

แทนค่า $$\frac{\sin\theta + 0.8\cos\theta}{\cos\theta - 0.8\sin\theta} = \frac{20^2}{40x10} = 1$$

$$\sin\theta + 0.8\cos\theta = \cos\theta - 0.8\sin\theta$$

$$1.8\sin\theta = 0.2\cos\theta$$

$$1.8\sin\theta/\cos\theta = 0.2$$

$$1.8\tan\theta = 0.2$$

$$\tan\theta = 0.2/1.8$$

$$\tan\theta = \frac{1}{9}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{1}{9}$$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 13 รถคันหนึ่งล้อรถห่างกัน 2 เมตร จุดศูนย์รถสูง 0.5 เมตร กำลังแล่นบนถนนราบซึ่งมีรัศมีความโค้ง 20 เมตร และถนนมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.5 จงหาว่ารถจะต้องวิ่งด้วยอัตราเร็วเท่าใดจึงปลอดภัย

วิธีทำ หาอัตราเร็วรถจากลักษณะรถตามสมการ $V = \sqrt{\frac{Lrg}{2h}}$

จากโจทย์ $L = 2, r = 20, h = 0.5, g = 10, V = ?$

แทนค่า $V = \sqrt{\frac{2x20x10}{2x0.5}} = 20$ m/s

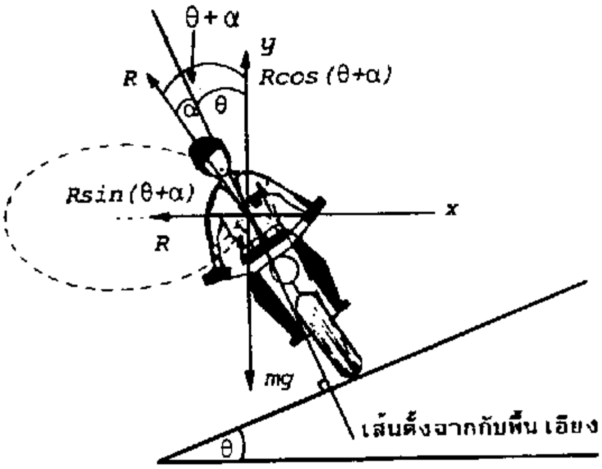
หาอัตราเร็วรถจาก สภาพถนนตามสมการ $V = \sqrt{\mu rg}$

จากโจทย์ $\mu = 0.5$; $r = 20$; $g = 10$; $V = ?$

แทนค่า $V = \sqrt{0.5x20x10} = 10$ m/s

แสดงว่ารถวิ่งเลี้ยวโค้งด้วยอัตราเร็วสูงสุด 10 m/s จึงปลอดภัย ตอบ

ตัวอย่างที่ 14 รถมอเตอร์ไซด์คันหนึ่งวิ่งไปบนทางโค้ง ซึ่งยกพื้นไว้เป็นมุม θ ถ้าเขาขับ เอียงทำมุม α กับแนวที่ตั้งฉากกับพื้นเอียงจงหาว่าเขาจะขับรถเร็วมากที่สุดเท่าใดจึงจะไม่หลุดจากทางโค้ง ถ้ารัศมีความโค้งเป็น r



วิธีทำ เมื่อรถวิ่งเลี้ยวโค้ง ตัวรถจะเอียงเข้าหาวงกลม
โดยทำมุม α กับแนวตั้งฉากกับพื้นเอียงให้
สเก็ตระนาบวงวงกลมตั้งแกน X และ Y
แล้วแตกแรงให้อยู่ในแกน X และ Y
ดังรูป

$\Sigma F_Y = 0$ จะได้

$$\text{Rcos}(\theta + \alpha) = \text{mg} \quad \text{------------(1)}$$

$\Sigma F_X = \frac{mv^2}{r}$ จะได้

$$\text{Rsin}(\theta + \alpha) = \frac{mv^2}{r} \quad \text{------------(2)}$$

(2) / (1) จะได้ $\tan(\theta + \alpha) = \frac{v^2}{rg}$

$$v^2 = rg\tan(\theta+\alpha); \qquad v = \sqrt{rg\tan(\theta+\alpha)}$$

$\therefore$ เขาจะต้องขับรถด้วยอัตราเร็วมากที่สุด $= \sqrt{rg\tan(\theta+\alpha)}$ ตอบ