

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's law of motion)

นิวตันได้ศึกษาธรรมชาติของการเคลื่อนที่ของวัตถุ และสรุปธรรมชาตินี้เป็นกฎการเคลื่อนที่ 3 ข้อ คือ

1. กฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่งของนิวตัน มีใจความว่า

“ วัตถุจะคงสภาพอยู่นิ่งหรือการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวในแนวตรง นอกจากมีแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุนั้น ”

แสดงว่า วัตถุที่ไม่มีความเร่ง ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุที่หยุดนิ่งอยู่กับที่หรืออาจจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่เป็นแนวเส้นตรงก็ได้ ดังนั้น วัตถุอาจจะหยุดนิ่งหรือมีการเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่เป็นแนวเส้นตรง ตลอดไป บางครั้งเรียกกฎข้อที่ 1 นี้ว่า กฎแห่งความเฉื่อย (law of inertia)

กฎข้อที่หนึ่งเขียนอยู่ในรูปของสมการได้ดังนี้ $\sum \vec{F} = 0$

2. กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน มีใจความว่า

“ เมื่อมีแรงลัพธ์มากระทำต่อวัตถุ จะทำให้วัตถุมีความเร่งในทิศเดียวกับแรงลัพธ์ที่มากระทำ และขนาดของความเร่งจะแปรผันตรงกับขนาดของแรงลัพธ์และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ ”

ความสัมพันธ์ระหว่าง แรง มวล และความเร่ง จะเป็นไปตามสมการดังนี้

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

3. กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สามของนิวตัน มีใจความว่า

“ ทุกแรงกิริยาย่อมมีแรงปฏิกิริยาที่มีขนาดเท่ากันและทิศตรงกันข้ามเสมอ ”

กฎข้อที่สามเขียนอยู่ในรูปของสมการได้ดังนี้

$$F = -F$$

ซึ่ง เรียก แรง F ที่วัตถุที่หนึ่งกระทำต่อวัตถุที่สองว่า แรงกิริยา (action)

และเรียก แรง $-F$ ที่วัตถุที่สองออกมากระทำวัตถุที่หนึ่งว่า แรงปฏิกิริยา (reaction)

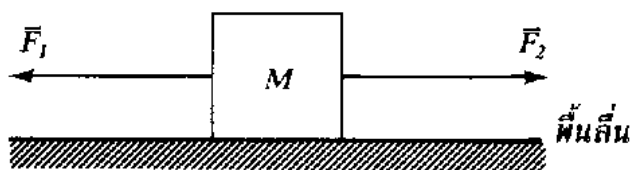
และเรียก แรง F และแรง $-F$ เรียกว่าเป็น แรงคู่กิริยา กัน

ตัวอย่างการคำนวณการใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

การใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันทั้งสามข้อที่กล่าวมาแล้วจะต้องใช้ให้เหมาะสม และเพื่อสะดวกในการใช้งานเราจะวางหลักการใช้กฎไว้ง่ายๆ ดังนี้

- ◆ สร้างรูปให้ดูง่าย
- ◆ เขียนแรงภายนอกที่กระทำกับวัตถุ (free body diagram ::: f.b.d.)
- ◆ ถ้ามีวัตถุหลายก้อนควรเขียนแยกก้อน
- ◆ ตั้งสมการโดยใช้
 - แนวการเคลื่อนที่ที่มีความเร่ง : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ (กฎข้อ 2)
 - แนวที่อยู่นิ่งหรือความเร็วกงที่ : $\sum \vec{F} = 0$ (กฎข้อ 1)
- ◆ แก้สมการหาคำตอบ

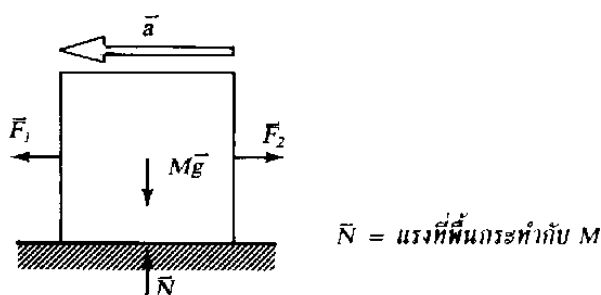
ตัวอย่าง 1 มวล M 10 กิโลกรัม วางบนพื้นลื่นถูกระทำด้วยแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ขนาด 10 และ 5 นิวตัน ตามลำดับ ดังแสดงในรูป ถามว่า



- ก. มวล M จะเคลื่อนไปทางซ้ายหรือทางขวา
- ข. ความเร่งของมวล M เป็นเท่าไร
- ค. แรงปฏิกิริยาที่พื้นกระทำกับมวล M มีค่าเท่าไร

วิธีทำ ก. $F_1 = 10 \text{ N}$ และ $F_2 = 5 \text{ N}$ แสดงว่า $F_1 > F_2$ ดังนั้น มวล M จะเคลื่อนไปในทิศเดียวกับ F_1 นั่นคือ มวล M เคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือ ($F = F_1 + F_2 \rightarrow F = -10 + 5 \rightarrow F = -5 \text{ N}$)

ข. เขียน free body diagram (f. b. d.) จะได้



คิดในแนวการเคลื่อนที่(ในแนวระดับ)

$$\text{จาก } \sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_1 + F_2 = Ma$$

$$-10 + 5 = (10)a \rightarrow a = -5 / 10$$

$$a = -0.5 \text{ m/s}^2$$

นั่นคือ มวล M มีความเร่ง 0.5 เมตรต่อวินาที² มีทิศไปทางซ้ายมือ

- ค. คิดในแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่จะได้ (ในแนวตั้ง)

$$\sum \vec{F} = 0$$

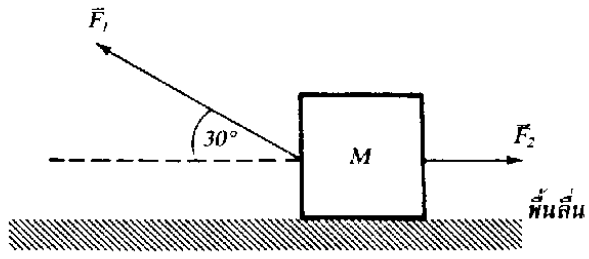
$$N - Mg = 0$$

$$\text{หรือ } N = Mg$$

$$\therefore N = (10)(10) = 100 \text{ N}$$

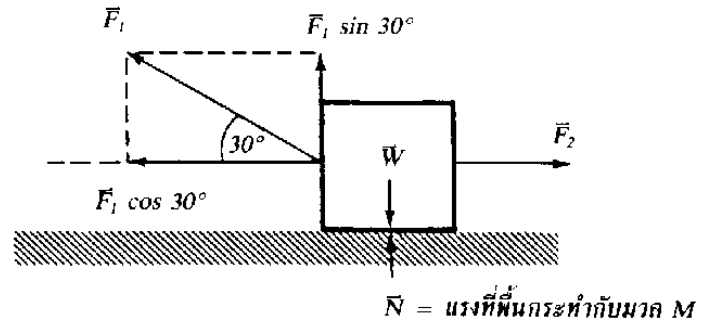
นั่นคือ แรงที่พื้นกระทำกับมวล M มีค่า 100 นิวตัน

ตัวอย่าง 2 มวล M 10 กิโลกรัม วางบนพื้นลื่นถูกกระทำด้วยแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ขนาด $12\sqrt{3}$ และ 5 นิวตัน ตามลำดับดังแสดงในรูป ถ้ามวล



- ก. มวล M จะเคลื่อนไปทางซ้ายมือหรือขวามือ
- ข. ความเร่งของมวล M เป็นเท่าไร
- ค. แรงปฏิกิริยาที่พื้นกระทำกับมวล M มีค่าเท่าไร

วิธีทำ ก. เขียน f.b.d. จะได้



เนื่องจาก \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ไม่อยู่ในแนวเดียวกัน เราต้องแตกแรง \vec{F}_1 ไปในแนวตั้งและแนวราบ ซึ่งได้เป็น

$$\vec{F}_1 \text{ แนวราบ} = \vec{F}_1 \cos 30^\circ \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\vec{F}_1 \text{ แนวตั้ง} = \vec{F}_1 \sin 30^\circ \quad \dots\dots\dots(2)$$

จากนั้นจึงพิจารณา \vec{F}_2 กับ $\vec{F}_1 \cos 30^\circ$ ขนาดของแรงไหนมากกว่ากัน มวล M ก็จะเคลื่อนที่ไปทางนั้น จะเห็นว่า

$$F_1 \cos 30^\circ = (12\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 18 \text{ N} \quad \dots\dots\dots(3)$$

แสดงว่า $F_1 \cos 30^\circ > F_2$
 นั่นคือ มวล M จะเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือ

หมายเหตุ ถ้าเปรียบเทียบแรงในแนวตั้งระหว่าง $F_1 \sin 30^\circ$ กับน้ำหนักของมวล M ซึ่งเท่ากับ \vec{W} พบว่า $F_1 \sin 30^\circ < W$ เพราะฉะนั้นการเคลื่อนที่ในแนวตั้งจะไม่เกิดขึ้น

ข. ให้ \vec{a} เป็นความเร่งของมวล M คิดในแนวการเคลื่อนที่

จาก $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$$-F_1 \cos 30^\circ + F_2 = Ma$$

$$-18 + 5 = (10)a$$

$$a = -1.3 \text{ m/s}^2$$

นั่นคือ มวล M มีความเร่ง 1.3 เมตรต่อวินาที² และมีทิศเดียวกับ $F_1 \cos 30^\circ$

ค. จากรูปที่แสดง f.b.d คิดในแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ จะได้

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$N + F_1 \sin 30^\circ - W = 0$$

$$N = W - F_1 \sin 30^\circ$$

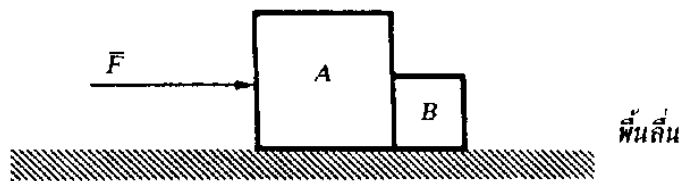
$$N = Mg - F_1 \sin 30^\circ$$

$$N = (10)(10) - (12\sqrt{3}) \left(\frac{1}{2}\right) = 89.6 \text{ N}$$

นั่นคือ แรงที่พื้นกระทำกับมวล M มีค่า 89.6 นิวตัน

หมายเหตุ โปรดสังเกตว่ากรณีนี้แรงกระทำกับมวล M มีค่าไม่เท่ากับน้ำหนักของมวล M

ตัวอย่าง 3 วัตถุ A และ B วางบนพื้นลื่นชิดกันสนิท มีมวล 30 และ 10 กิโลกรัม ตามลำดับ ออกแรง \vec{F} ขนาด 100 นิวตันกระทำกับ A ดังรูป ถามว่า



ก. ความเร่งของวัตถุทั้งสองจะเป็นเท่าไร

ข. แรงที่ A กระทำต่อ B มีค่าเท่าไร

วิธีทำ ก. เมื่อออกแรง \vec{F} ผลัก A ทำให้ทั้ง A และ B เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง a เท่ากัน ดังนั้น ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของ นิวตันคิดเฉพาะขนาดจะได้

$$F = (m_A + m_B) a$$

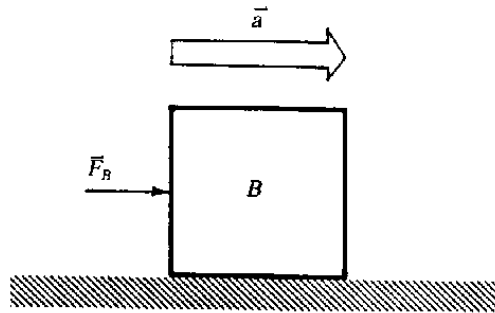
เมื่อ m_A และ m_B เป็นมวลของ A และ B ตามลำดับ แทนค่าจะได้

$$100 = (30 + 10)a$$

$$a = \frac{100}{40} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

นั่นคือ ความเร่งของวัตถุทั้งสองเท่ากัน และมีค่า 2.5 เมตร/วินาที²

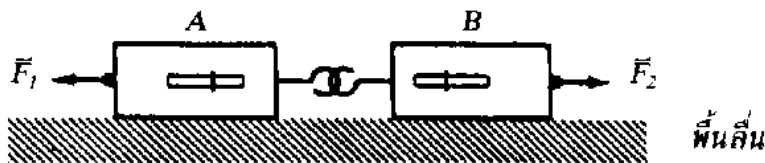
ข. พิจารณาเฉพาะ B เนื่องจาก B มีความเร่งเท่ากับ 2.5 m/s^2 ตามที่คำนวณได้ในข้อ ก ดังนั้นแรงลัพธ์ที่กระทำต่อ B จะเท่ากับ F_B และเขียนได้ว่า (ดูผังรูปประกอบ)



$$\begin{aligned} \vec{F}_B &= m_B a \\ &= (10)(2.5) \\ &= 25 \text{ N} \end{aligned}$$

แสดงว่า B เคลื่อนที่ไปเพราะมีแรงลัพธ์ 25 N กระทำ แรงนี้คือแรงที่ A ผลัก B นั่นเอง
นั่นคือ แรงที่ A กระทำต่อ B มีค่า 25 นิวตัน

ตัวอย่าง 4 เครื่องชั่งสปริง 2 อัน A และ B เหมือนกันทุกประการเกี่ยวติดกันวางบน ออกแรงดึง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ดังแสดงในรูป ถ้าไม่มีการเคลื่อนที่ใดๆ และพบว่าเครื่องชั่งสปริงทั้งสองอ่านค่าได้เท่ากันเท่ากับ 10 นิวตัน จงหาขนาดของแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ถ้าไม่คิดมวลของตาชั่งสปริง

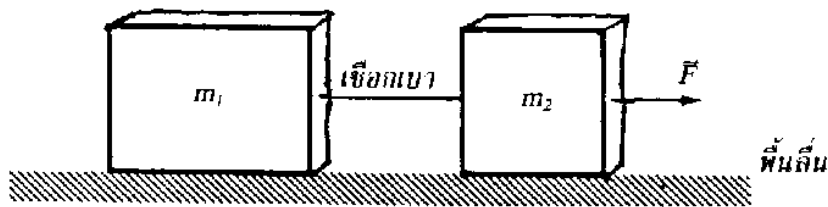


วิธีทำ สมมติถ้าเราจับปลายตาชั่ง A ไว้แล้วออกแรง \vec{F}_2 ดึงที่ปลายตาชั่ง B โดยที่ตาชั่ง A และ B ไม่เคลื่อนที่ จุดที่เราจับปลายตาชั่ง A ออกแรง \vec{F}_1 ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตันได้แรงลัพธ์เป็นศูนย์
นั่นคือ ขนาดของแรง \vec{F}_1 เท่ากับขนาดของแรง \vec{F}_2

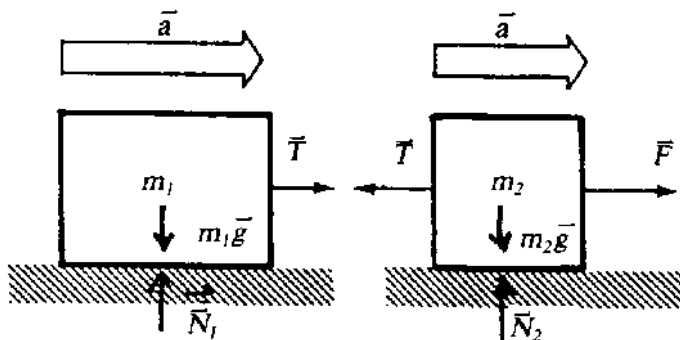
และตามกฎการเคลื่อนที่ข้อ 3 ของนิวตัน ขนาดของแรง \vec{F}_1 จะต้องเท่ากับขนาดของแรงที่ตาชั่ง A ดึงได้ตอบ(แรงแกริยา = แรงปฏิกิริยา) และเนื่องจากตาชั่ง A ดึงได้ตอบด้วยแรง 10 N ดังนั้น ขนาดของแรง \vec{F}_1 จึงมีค่า 10 N ทำนองเดียวกันจะได้ขนาดของแรง \vec{F}_2 เท่ากับ 10 N (หรือพิจารณาโดยใช้ $F_1 = F_2$)

นั่นคือ ขนาดของแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 เท่ากันและเท่ากับ 10 นิวตัน

ตัวอย่าง 5 มวล m_2 ขนาด 15 และ 5 กิโลกรัม ผูกติดกันด้วยเชือกเบาแล้วออกแรง \vec{F} ขนาด 100 นิวตัน ดังแสดงในรูป อยากรทราบว่ามีแรงดึงในเส้นเชือกมีค่าเท่าไร



วิธีทำ เขียน f. b. d.



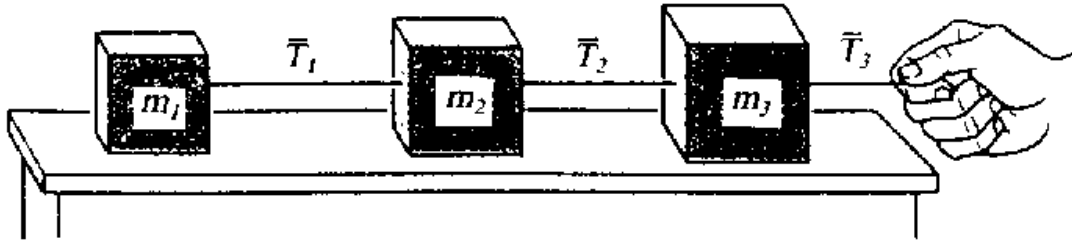
ให้ T เป็นแรงดึงในเส้นเชือก ซึ่งจะเท่ากันตลอดเส้นเพราะเชือกเบา

ตั้งสมการ	จาก $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$	
มวล m_1 :	$T = m_1 a$ 1
มวล m_2 :	$F - T = m_2 a$ 2
(1)+(2);	$F = (m_1 + m_2) a$	
	$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$	
	$a = \frac{100}{15 + 5} = 5 \text{ m/s}^2$ 3

จาก (1),(3); $T = (15)(5) = 75 \text{ N}$

นั่นคือ แรงดึงในเส้นเชือกมีค่า 75 นิวตัน

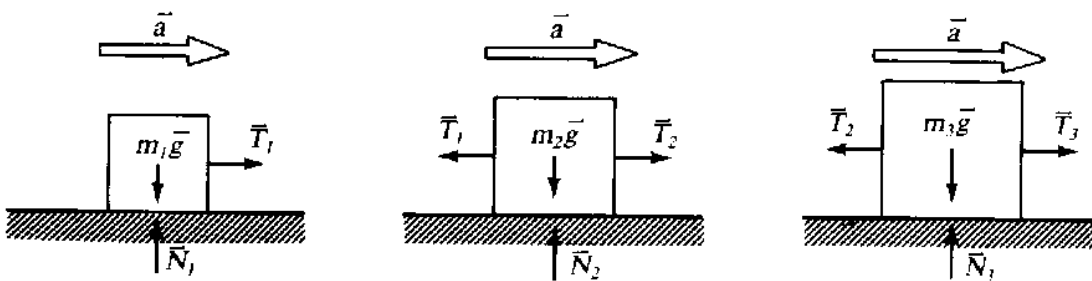
ตัวอย่าง 6 กล้องสามใบผูกเชื่อมกันด้วยเชือกเบาบนพื้นลื่น ดังรูป T_1 , T_2 และ T_3 เป็นแรงดึงในเส้นเชือก แต่ละส่วนถ้ำ m_1 เท่ากับ 2.4 กิโลกรัม m_2 เท่ากับ 2.4 กิโลกรัม m_3 3.1 กิโลกรัม และ T_3 มีขนาด 6.5 จงคำนวณหา



ก. ความเร่งของระบบ

ข. แรงดึงในเส้นเชือก T_1 และ T_2

วิธีทำ เขียน f. b. d.



ตั้งสมการ

จาก $\Sigma \vec{F} = ma$

มวล m_1 : $T_1 = m_1 a = 1.2a$ (1)

มวล m_2 : $T_2 - T_1 = m_2 a = 2.4a$ (2)

มวล m_3 : $T_3 - T_2 = m_3 a = 3.1a$
 $6.5 - T_2 = 3.1a$ (3)

(1)+(2); $T_2 = 3.6a$ (4)

(3)+(4); $6.5 = 6.7a$
 $\therefore a = 0.97 \text{ m/s}^2$ (5)

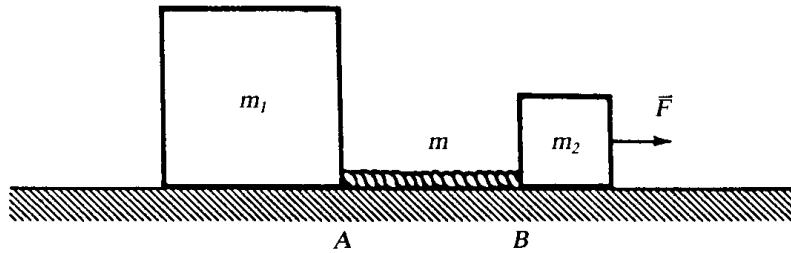
จาก (1),(5); $T_1 = (1.2)(0.9) = 1.16 \text{ N}$ (6)

จาก (4),(5); $T_2 = (3.6)(0.97) = 3.49 \text{ N}$ (7)

ก. นั่นคือ ความเร่งของระบบมีค่า 0.97 เมตรต่อวินาที²

ข. นั่นคือ แรงดึง T_1 และ T_2 มีค่า 1.16 นิวตัน และ 3.49 นิวตัน ตามลำดับ

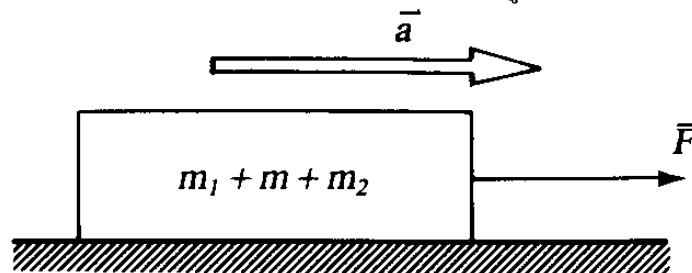
ตัวอย่าง 7 ก้อน 2 ไบมีมวล m_1 และ m_2 ขนาด 20 และ 10 กิโลกรัม ตามลำดับวางบนพื้นราบและลื่นผูกด้วยเชือก AB มวล m ขนาด 1 กิโลกรัม โดยที่เชือกก็วางแนบกับพื้นราบด้วย ออกแรง \vec{F} ขนาด 310 นิวตันลากก้อน 2 ไบนี้ดังรูป จงหา



ก. ความเร่งของระบบ

ข. แรงตึงในเส้นเชือกที่จุด A และ B

วิธีทำ ก. หาคความเร่งของระบบ เขียน f. b. d. ของระบบ จะได้ดังรูป



ให้ \vec{a} เป็นความเร่งของระบบ ดังรูป จะเห็นว่าระบบ (ในที่นี้คือ m, m_1 และ m_2) ถูกแรงกระทำแรงเดียวคือ \vec{F} ดังนั้น \vec{F} จึงเป็นแรงลัพธ์ของระบบ ถ้าพิจารณาเฉพาะขนาดตามกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตัน $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ จะได้

$$F = (m_1 + m + m_2) a$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m + m_2}$$

$$= \frac{310}{20 + 1 + 10} = 10 \text{ m/s}^2$$

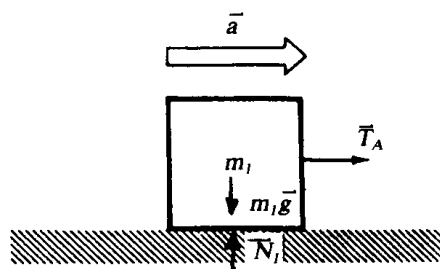
นั่นคือ ความเร่งของระบบมีค่า 10 เมตร/วินาที²

ข. ให้ \vec{T}_A และ \vec{T}_B เป็นแรงตึงในเส้นเชือกที่จุด A และ B ตามลำดับ ถ้าพิจารณาก้อน m_1 ดังรูป และตามการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตัน

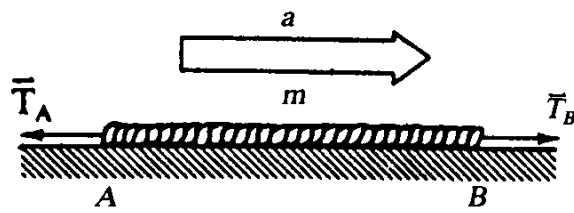
$$T_A = m_1 a$$

$$= (20)(10)$$

$$= 200 \text{ N}$$



ถ้าพิจารณาเฉพาะเชือก AB ดังรูปและตามกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตัน ถ้าพิจารณาเฉพาะขนาดจะได้



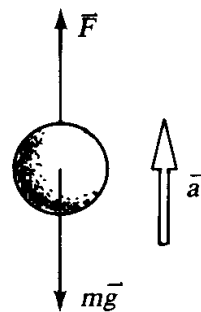
$$T_B - T_A = ma$$

$$T_B - 200 = (1)(10)$$

$$T_B = 210 \text{ N}$$

นั่นคือ แรตในเส้นเชือกที่จุด A และ B มีค่า 200 และ 210 นิวตัน ตามลำดับ

ตัวอย่าง 8 มวล m ขนาด 5 กิโลกรัม ถูกดึงด้วยแรง 60 นิวตันในแนวตั้ง จงคำนวณความเร่งของมวล m
วิธีทำ เขียน f.b.d.



เนื่องจากแรง F มีขนาดมากกว่าน้ำหนักของมวล m จึงทำให้มวล m ลอยขึ้นด้วยความเร่ง \bar{a}

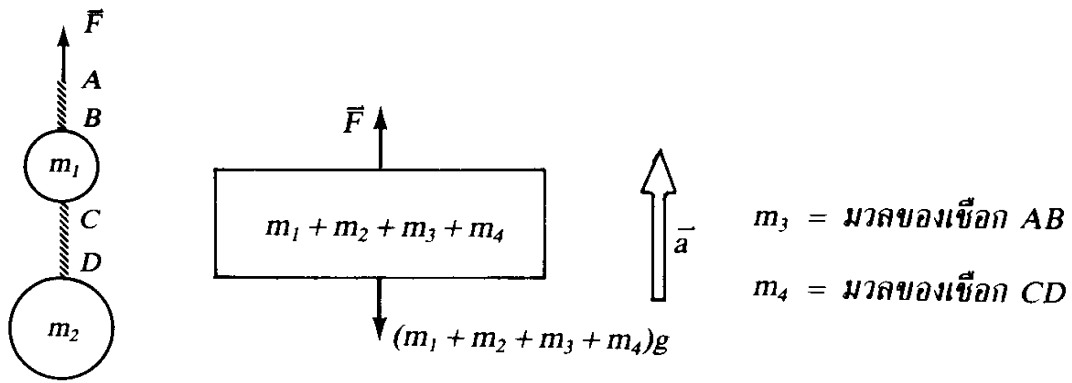
$$\text{จาก } \Sigma \bar{F} = m\bar{a}$$

$$F - mg = ma$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{F - mg}{m} \\ &= \frac{60 - (5)(10)}{5} \\ &= 2 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

นั่นคือ มวล m จะเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 2 เมตรต่อวินาที²

ตัวอย่าง 9 จากรูป มวล $m_1 = 10$ กิโลกรัม และ $m_2 = 20$ กิโลกรัม ผูกติดกับเชือก AB และ CD ซึ่งมีมวล 1 และ 2 กิโลกรัม ตามลำดับ ที่ปลาย A มีแรง \bar{F} ดึงขึ้นขนาด 350 นิวตัน จงคำนวณแรงตึงในเส้นเชือกที่จุด A, B, C และ D ($\bar{T}_A, \bar{T}_B, \bar{T}_C$ และ \bar{T}_D) ตามลำดับ



วิธีทำ หา \bar{a} \bar{a} = ความเร่งของระบบ การหา \bar{a} สามารถคิดทั้งระบบโดยพิจารณาจาก f.b.d. ของระบบดังนี้

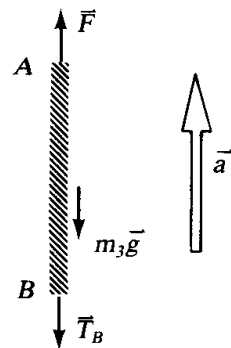
จาก $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$

$$F - (m_1 + m_2 + m_4)g = (m_1 + m_2 + m_4)a$$

$$350 - (10 + 20 + 1 + 2)(10) = (10 + 20 + 1 + 2)a$$

$$\therefore a = \frac{20}{33} \text{ m/s}^2$$

หา \bar{T}_A, \bar{T}_B พิจารณา f.b.d. ของเชือก AB จะเป็นไปดังรูป



\bar{T}_A จะไม่ปรากฏใน f.b.d. ของเชือก AB เพราะ \bar{T}_A เป็นแรงปฏิกิริยาของ \bar{F} จะได้

$$T_A = F = 350 \text{ N}$$

จาก $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$

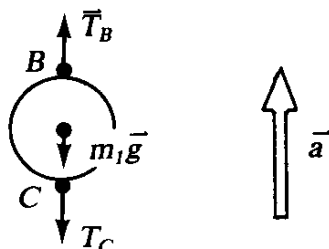
$$F - T_B - m_3g = m_3a$$

$$350 - T_B - (1)(10) = (1)\left(\frac{20}{33}\right)$$

$$\therefore T_B = 339.4 \text{ N}$$

แสดงว่าแรงตึงในเส้นเชือก \bar{T}_A และ \bar{T}_B มีขนาด 350 N ตามลำดับ

หา T_C พิจารณา f.b.d. ของ m_1 จะเป็นไปดังรูป



จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$T_B - T_C - m_1g = m_1a$$

$$339.4 - T_C - (10)(10) = (10)\left(\frac{20}{33}\right)$$

$$\therefore T_C = 233.3\text{N}$$

หา T_D พิจารณา f.b.d. ของเชือก CD จะเป็นไปดังรูป

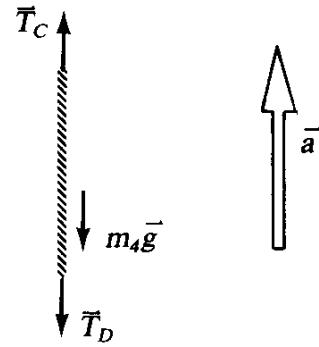
จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$T_C - T_D - m_4g = m_4a$$

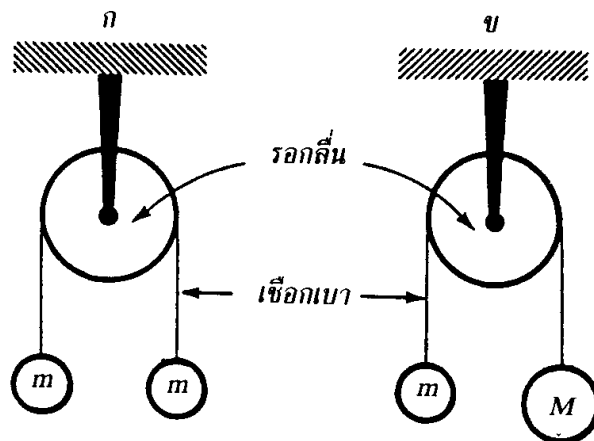
$$233.3 - T_D - (2)(10) = (2)\left(\frac{20}{33}\right)$$

$$\therefore T_D = 212.1\text{N}$$

นั่นคือ แรงดึงในเชือก T_A, T_B, T_C และ T_D มีขนาด 350, 339, 233.3, และ 212.1 นิวตัน ตามลำดับ



ตัวอย่าง 10 จากรูป ก และ ข รอกเลื่อนและเชือกเบามาก ถ้ามวล m น้อยกว่ามวล M จงคำนวณแรงดึงในเส้นเชือกทั้งสองกรณีให้ g เป็นอัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

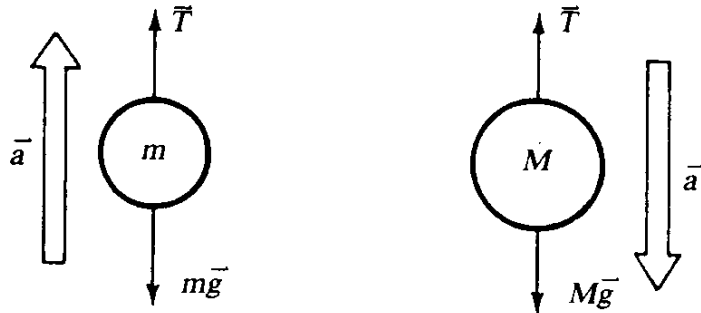


วิธีทำ รูป ก เนื่องจากมวลเท่ากันเท่ากับ m ทั้งซ้ายและขวา ดังนั้น เชือกที่คล้องรอกจึงไม่เคลื่อนที่ ให้ T_1 เป็นแรงดึงในเส้นเชือก แรงดึงนี้จะเท่ากันตลอดเส้นเพราะเชือกเบาตามกฎการเคลื่อนที่ข้อ 1 ของนิวตัน ไม่ว่าจะพิจารณามวลทางซ้ายหรือทางขวา จะได้

$$T_1 = mg$$

นั่นคือ แรงดึงในเส้นเชือกดังรูป ก มีค่า mg

รูป ข เนื่องจาก M มากกว่า m ดังนั้น ทางด้าน M จะเคลื่อนลง ขณะเดียวกับที่ทางด้าน m จะเคลื่อนที่ขึ้น โดยที่ทั้งสองด้านจะมีอัตราเร่งของการเคลื่อนที่เท่ากัน สมมติให้เท่ากับ \bar{a} ให้ \bar{T} เป็นแรงตึงในเส้นเชือกซึ่งจะเท่ากันตลอดเส้น f.b.d. ของ m และ M เป็นไปดังรูป



จาก $\Sigma \bar{F} = m\bar{a}$

มวล m : $T - mg = ma$ 1

มวล M : $Mg - T = Ma$ 2

(1)+(2); $Mg - mg = Ma + ma$

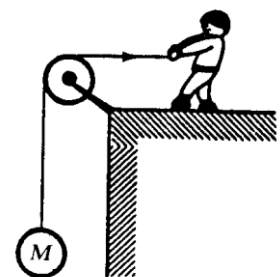
$$a = \left(\frac{M - m}{M + m} \right) g$$

จาก(1) กับ (3); $T - mg = m \left(\frac{M - m}{M + m} \right) g$

$$\therefore T = \frac{2Mmg}{M + m}$$

นั่นคือ แรงตึงในเส้นเชือกดังรูป ข มีค่า $\frac{2Mmg}{M + m}$

ตัวอย่าง 11 ชายคนหนึ่งเริ่มดึงวัตถุขึ้นไปบนยอดตึกสูง 10 เมตร โดยใช้วิธีนำเชือกเบาผูกกับวัตถุคล้องกับรอกแล้วดึงดังรูปพบว่าขณะวัตถุขึ้นถึงยอดตึกมีความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ถ้าวัตถุมีมวล 40 กิโลกรัม ชายคนนั้นจะต้องออกแรงดึงเท่าไร



วิธีทำ วัตถุอยู่ที่พื้นถูกดึงขึ้นจากจุดหยุดนิ่งเมื่อขึ้นไปได้ 10 m มีความเร็ว 10 m/s ให้ a เป็นความเร่งของวัตถุที่ถูกดึงขึ้น

จาก $v^2 = u^2 + 2as$

$$\therefore (10)^2 = 0 + 2a(10)$$

$$a = \frac{(10)^2}{20} = 5 \text{ m / s}^2$$

แสดงว่าชายคนนี้ดึงวัตถุขึ้นไปด้วยความเร่ง 5 m/s^2 พิจารณา f.b.d. ของมวล M จะได้

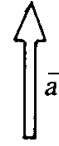
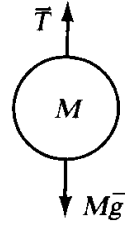
จาก $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$T - Mg = Ma$

$T = M(g+a)$

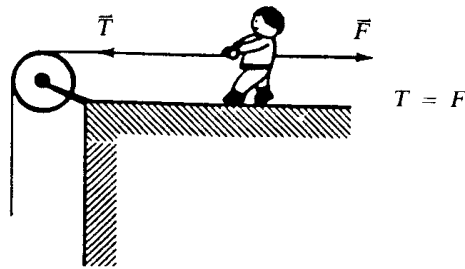
$T = (40)(10+5)$

$= 600\text{N}$



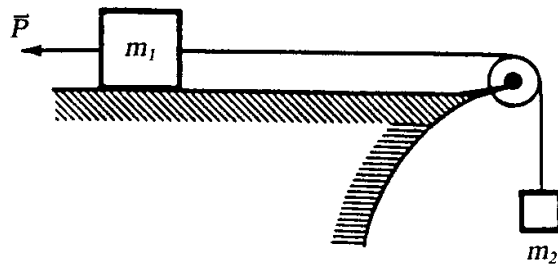
$T =$ แรงดึงในเส้นเชือก

แรงดึงในเส้นเชือก T สามารถได้ขนาดเท่ากับ 600 N และจะมีค่าเท่ากันตลอดเส้นเชือกเบา แสดงว่าแรงดึงในเส้นเชือกจะเท่ากับแรงที่ชายคนนี้ดึงวัตถุขึ้น ซึ่งพิจารณาได้จากแรงกิริยาเท่ากับแรงกิริยาเท่ากับแรงปฏิกิริยา (เมื่อ F เป็นแรงที่ชายคนนี้ดึงเชือก) ดังรูป

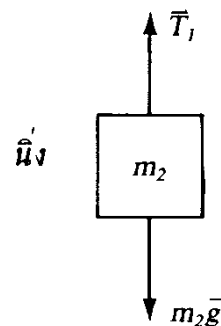
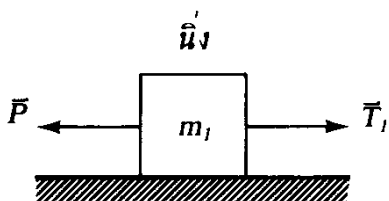


นั่นคือ ชายคนนี้ต้องออกแรงดึง 600 นิวตัน

ตั้งอย่าง 12 มวล m_1 และ m_2 ผูกติดกันด้วยเชือกเบานำไปคล้องกับรอกสั้น โดยให้ m_1 วางบนผิวลื่นแนวราบ และ m_2 ห้อยในแนวตั้ง ดังรูป ออกแรงดึง \vec{P} ที่ m_1 ด้วยขนาด 10 นิวตัน ทำให้ระบบนี้ อยากราบว่า หลังจากออกแรง \vec{P} ออกไปแล้วแรงดึงในเส้นเชือกจะเพิ่มขึ้นหรือลดลงกี่เปอร์เซ็นต์ ถ้า $m_1 = 9$ กิโลกรัม



วิธีทำ ตอนแรกระบบนี้ พิจารณา f.b.d. ของ m_1 และ m_2 จะได้



เนื่องจากระบบนี้ จาก $\sum \vec{F} = 0$ จะได้ว่า

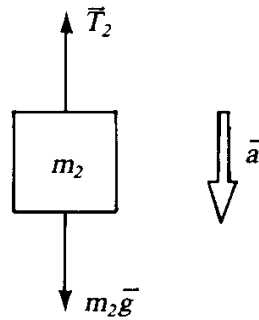
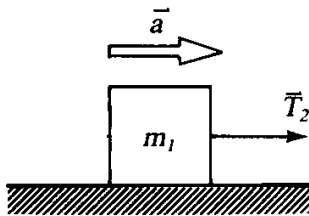
ที่ m_1 : $P = T_1 = 10 \text{ N}$ (1)

ที่ m_2 : $T_1 = m_2 g$ (2)

จาก (1),(2); $10 = m_2(10)$

$\therefore m_2 = 1 \text{ kg}$ (3)

ตอนหลังระบบเคลื่อน ไม่มีแรง \vec{P} ทำให้เกิดแรงลัพธ์ระบบจะเคลื่อนที่ โดยที่ m_2 เคลื่อนที่ลงจุดให้ m_1 เคลื่อนที่ไปทางขวา พิจารณา f.b.d. ของ m_1 และ m_2 คราวนี้จะได้



จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

ที่ m_1 : $T_2 = m_1 a = 9a$ (4)

ที่ m_2 : $m_2 g - T_2 = m_2 a$
 $10 - T_2 = a$ (5)

(4)+(5); $10 = 10a$
 $a = 1 \text{ m/s}^2$ (6)

จาก(4),(6); $T_2 = 9 \text{ N}$ (7)

(1)-(6); $T_1 - T_2 = 10 - 9 = 1 \text{ N}$ (8)

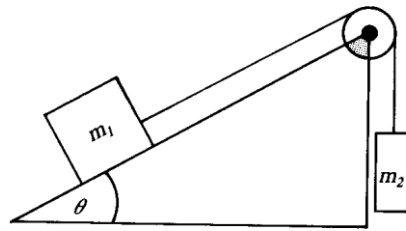
(8) ÷ (1);

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

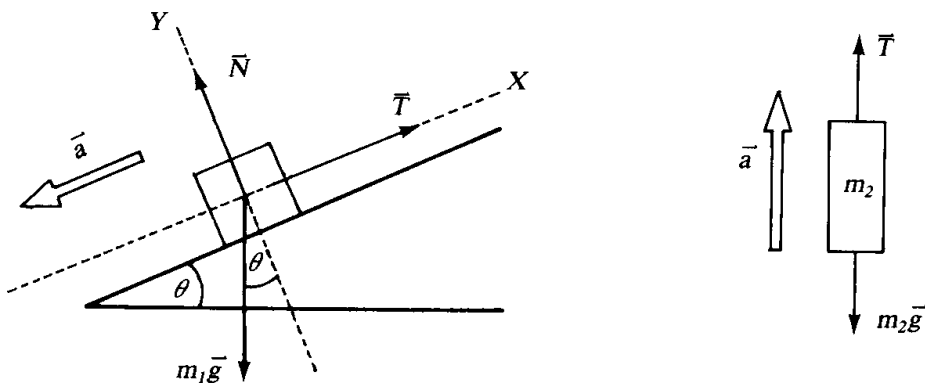
$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} \times 100 = 0.1 \times 100 = 10\%$$

นั่นคือ แรงดึงในเชือกลดลง 10 เปอร์เซ็นต์

ตัวอย่างที่ 13 จากรูป มวล m_1 และ m_2 ผูกกับเชือกเข้ากับรอกกลิ้ง โดยที่ m_1 วางบนระนาบเอียงลื่น ส่วน m_2 ห้อยในแนวตั้งถ้า $m_1 = 4$ กิโลกรัม $m_2 = 1$ กิโลกรัม และ $\theta = 30$ องศา จงคำนวณแรงตึงในเส้นเชือก



วิธีทำ เขียน f.b.d. ของ m_1 และ m_2 จะได้ดังรูป



f.b.d. ของ m_2 เป็นไปตามที่ทราบมาแล้ว ส่วน f.b.d. ของ m_1 จำเป็นต้องเขียนละเอียด โดยจะเห็นว่า มีแรง 3 แรงกระทำกับ m_1 คือ $m_1\vec{g}$, \vec{T} และ \vec{N} โดยที่

\vec{T} = แรงตึงในเส้นเชือก

\vec{N} = แรที่ระนาบเอียงกระทำกับ m_1 ซึ่งจะทิศตั้งฉากกับระนาบเอียงเสมอ

เพื่อความสะดวกเราจะกำหนดให้ แกน X ขนานกับระนาบเอียง และแกน Y ตั้งฉากกับระนาบเอียง แรงใดที่กระทำกับ m_1 ไม่อยู่ในแกน X และ Y ในที่นี้คือ $m_1\vec{g}$ แดกเป็น $m_1\vec{g}\sin\theta$ (แกน X) และ $m_1\vec{g}\cos\theta$ (แกน Y)

ตั้งสมการ จาก $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

ที่ m_1 : แกน X ; $m_1g\sin\theta - T = m_1a$

$$(4)(10)\left(\frac{1}{2}\right) - T = (4)a$$

$$20 - T = 4a \quad \dots\dots\dots(1)$$

ที่ m_2 : $T - m_2g = m_2a$

$$T - (1)(10) = (1)a$$

$$T - 10 = a \quad \dots\dots\dots(2)$$

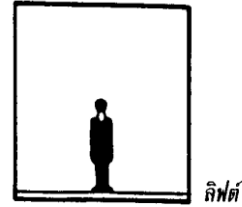
จาก (1)+(2) ; $20 - 10 = 5a$

$\therefore a = 2\text{m/s}^2$

จาก (2),(3) ; $T - 10 = 2$

นั่นคือ แรงตึงในเส้นเอามีค่าเท่ากับ 12 นิวตัน

ตัวอย่าง 14 ชายคนหนึ่งมีมวล 60 กิโลกรัมยืนอยู่ในลิฟต์ จงคำนวณแรงที่พื้นลิฟต์กระทำต่อชายคนนี้ในกรณี



- ก. ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 5 เมตร/วินาที²
- ข. ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความหน่วง 5 เมตร/วินาที²
- ค. ลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง 5 เมตร/วินาที²
- ง. ลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความหน่วง 5 เมตร/วินาที²

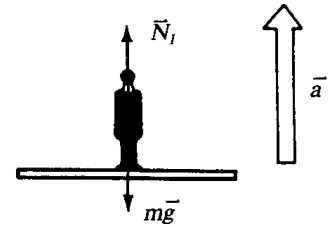
วิธีทำ ก ให้ลิฟต์เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง a ให้ N_1 เป็นแรงที่พื้นลิฟต์กระทำต่อชายคนนี้ และ mg เป็นน้ำหนักของชายคนนี้ รูปประกอบ

จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$N_1 - mg = ma$

$N_1 = m(g+a) = 900\text{N}$

$N_1 = mg+ma=(60 \times 10)+(60 \times 5)=600+300 = 900\text{N}$



นั่นคือ กรณีที่พื้นลิฟต์ออกแรงกระทำ 900 นิวตัน

ข. ลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความหน่วง $-a$ ให้ N_2 เป็นแรงที่พื้นลิฟต์กระทำกับชายคนนี้เช่นเดียวกับข้อ

ก จะได้

จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

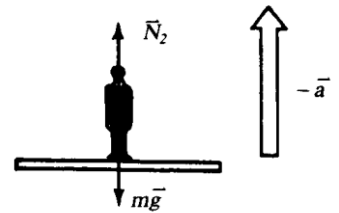
$N_2 - mg = ma$

$N_2 = m(g-a) = 300\text{N}$

$N_2 = mg+(-ma)$

$N_2 = mg-ma$

$=(60 \times 10)-(60 \times 5)=600-300 = 300\text{N}$

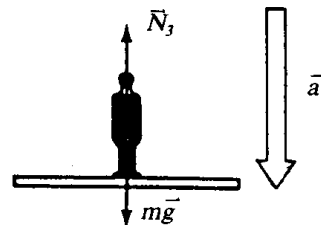


นั่นคือ กรณีที่พื้นลิฟต์ออกแรงกระทำ 300 นิวตัน

ค. ลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่งให้เป็น a ให้ N_3 เป็นแรงที่พื้นลิฟต์กระทำกับชายคนนี้ กรณีนี้จะ

ได้

จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$



$$mg - N_3 = ma$$

$$N_3 = m(g-a) = 300\text{N}$$

$$N_3 = mg - ma$$

$$= (60 \times 10) - (60 \times 5) = 600 - 300 = 300\text{N}$$

นั่นคือ กรณีที่พื้นลิฟต์ออกแรงกระทำ 300 นิวตัน

ง. ลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความหน่วงให้เป็น $-a$ ให้ N_4 เป็นแรงที่พื้นลิฟต์กระทำกับชายคนนี้ กรณีนี้จะได้

จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

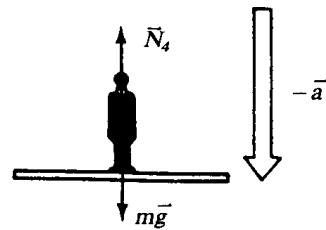
$$mg - N_4 = -ma$$

$$N_4 = m(g+a) = 900\text{N}$$

$$N_4 = mg - (-ma)$$

$$N_4 = mg + ma$$

$$= (60 \times 10) + (60 \times 5) = 600 + 300 = 900\text{N}$$



นั่นคือ กรณีที่พื้นลิฟต์ออกแรงกระทำ 900 นิวตัน

จ. ลิฟต์นิ่ง หรือเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงด้วยความเร็วคงตัว

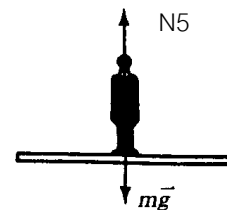
$$\sum \vec{F} = 0$$

$$N_5 - mg = 0$$

$$N_5 = mg$$

$$= 60 \times 10$$

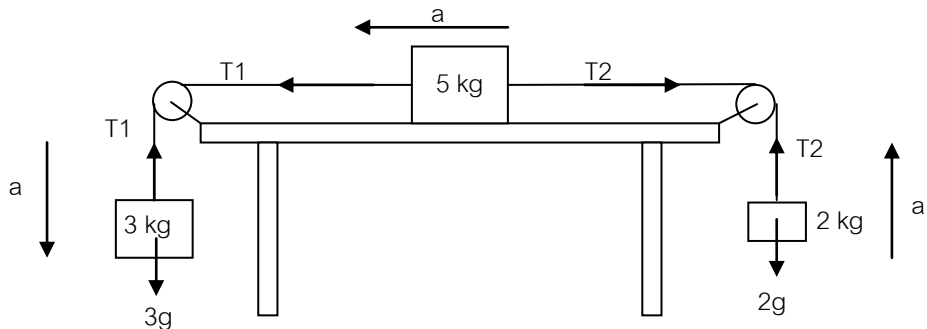
$$= 600\text{ N}$$



นั่นคือ กรณีนี้พื้นลิฟต์ออกแรงกระทำ 600 นิวตัน

หมายเหตุ ให้สังเกตว่าระบบเคลื่อนที่ไปทางใดจะนำแรงที่มีทิศไปทางนั้นตั้งลบด้วยแรงที่มีทิศตรงข้าม ถ้าเป็นความเร่งจะแทน a เป็นบวก ถ้าความหน่วงจะแทน a เป็นลบ

ตัวอย่างที่ 15 วัตถุมวล 5 กิโลกรัม วางอยู่บนโต๊ะที่ไม่มีแรงเสียดทาน ปลายทั้งสองข้างผูกเชือกเบาแล้ว คล้องผ่านรอกที่ไม่มีมวลฝืด นำวัตถุมวล 3 กิโลกรัม และ 2 กิโลกรัมผูกกับปลายเชือกทั้งสองด้านดังรูป เมื่อปล่อยให้มวลทั้งหมดเคลื่อนที่แรงที่เชือกจึงมวล 3 กิโลกรัม และ 2 กิโลกรัม เป็นเท่าใด



จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

พิจารณามวล 3 kg. ; $3g - T1 = 3a$ (1)

พิจารณามวล 2 kg. ; $T2 - 2g = 2a$ (2)

พิจารณามวล 5 kg. ; $T1 - T2 = 5a$ (3)

(1) + (2) + (3) ; $(3g - T1) + (T2 - 2g) + (T1 - T2) = 3a + 2a + 5a$

$g = 10a$

$a = 10 / 10$

$= 1 \text{ m/s}^2$

จาก (1) $3g - T1 = 3a$

$T1 = 3g - 3a$

แทนค่า $g = 10 \text{ m/s}^2$; $a = 1 \text{ m/s}^2$ $= (3 \times 10) - (3 \times 1)$

$\therefore T1 = 27 \text{ นิวตัน}$

จาก (2) $T2 - 2g = 2a$

$T2 = 2g + 2a$

แทนค่า $g = 10 \text{ m/s}^2$; $a = 1 \text{ m/s}^2$ $= (2 \times 10) + (2 \times 1)$

$\therefore T2 = 22 \text{ นิวตัน}$

ตัวอย่างที่ 16 นำวัตถุมวล 3 กิโลกรัม และ 2 กิโลกรัม ผูกติดกันด้วยเชือกและดึงขึ้นด้วยแรง 70 นิวตัน จงหา T2

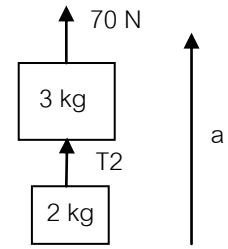
วิธีทำ หา a ก่อน จาก $a = \frac{F}{m} = \frac{70 - 50}{3 + 2} = \frac{20}{5} = 4 \text{ m/s}^2$

หา T2 โดยคิดที่มวล 2 kg

$$\begin{aligned} T_2 &= m_2g + m_2a \\ &= (2 \times 10) + (2 \times 4) \\ &= 20 + 8 \end{aligned}$$

$\therefore T_2 = 28 \text{ N}$

ตอบ



ตัวอย่างที่ 17 จากรูป จงหา a

คิดที่มวล 16 kg ;

$$\begin{aligned} T &= ma \\ T &= 16a \end{aligned} \quad \dots(1)$$

คิดที่มวล 4 kg ;

$$\begin{aligned} T &= mg - ma \\ T &= 4g - 4a \end{aligned} \quad \dots(2)$$

(1)=(2)

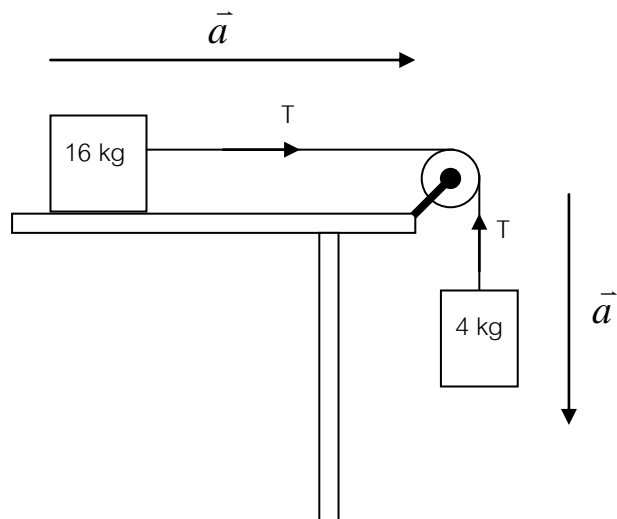
$$16a = 4g - 4a$$

$$16a + 4a = 4g$$

$$20a = 4 \times 10$$

$$a = 40 / 20$$

$\therefore a = 2 \text{ m/s}^2$ **ตอบ**



สูตรลัด $a = \frac{\text{มวลห้อย} \times 10}{\text{มวลรวมทั้งหมด}}$

$$a = \frac{4 \times 10}{16 + 4} = \frac{40}{20} = 2 \text{ m/s}^2$$

ตัวอย่างที่ 18 จากรูป $m_1 = 3 \text{ kg}$;

$m_2 = 2 \text{ kg}$; $m_3 = 5 \text{ kg}$ จงหา T_2

หา a ; จาก $a = \frac{\text{มวลห้อย} \times 10}{\text{มวลรวมทั้งหมด}}$

$$a = \frac{(2 + 5) \times 10}{3 + 2 + 5} = \frac{70}{10} = 7 \text{ m/s}^2$$

หา T_2 ; โดยคิดที่มวล 5 kg

$$T_2 = m_3 g - m_3 a$$

$$= (5 \times 10) - (5 \times 7) = 50 - 35 = 15 \text{ N} \quad \text{ตอบ}$$

